

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳		تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه		نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)			
نمره				

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

الف) بخش الزامی

دانش آموزان عزیز به سوالات اقا ۱۲ (جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید).

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ m-1 & 4 \end{bmatrix}$ مقدار m برابر است. ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $A = 5$ باشد آنگاه $\frac{1}{3}A$ برابر است. پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر است. ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.	۱
۱	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+by=c' \end{cases}$ اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد. ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد. پ) هرگاه صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است. ت) رابطه $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$ معادله یک دایره است.	۲
۱/۵	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-1 & 8 \\ 3 & z+1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y+1 & x-2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ مساوی باشند مقدار $x+y+z$ را بیابید.	۳
۱/۲۵	معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ را حل کنید.	۴
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشند حاصل $A + B ^2$ را بیابید.	۵
	«ادامه سوالات در صفحه دوم»	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳		تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه		نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)			
نمره				

۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه $A^2 = mA + nI_2$ برقرار باشد. (I_2 ماتریس همانی است)	۲
۷	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(3, 1)$ مرکز آن بوده و بر خط به معادله $4x + 3y + 5 = 0$ مماس باشد.	۱/۲۵
۸	وضعیت خط $x - y - 1 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۹	مرکز بیضی مقابل بر مبداء مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه O و A برابر ۴ است، طول قطر کوچک بیضی را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۰	در شکل مقابل نقطه M روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. خط d را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه‌ای مانند N قطع کند. ثابت کنید: $NF' = MF'$	۱
۱۱	مختصات کانون، رأس و معادله خط هادی سهمی به معادله $y^2 - 6y + 16x + 25 = 0$ را تعیین کنید.	۱/۷۵
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که $A(4, 6)$ رأس و $y = 3$ معادله خط هادی آن باشد.	۱/۲۵

ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۳ تا ۱۶ فقط ۲ سؤال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳	الف) به ازای چه مقداری از m دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx + 6y = -4 \end{cases}$ فاقد جواب است؟ ب) دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 6y = -4 \end{cases}$ را با استفاده از A^{-1} حل کنید.	۲
«ادامه سوالات در صفحه سوم»		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۴	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0,1)$ باشد و با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$ مماس داخل باشد.	۲
۱۵	الف) نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ در فضای $\mathbb{R}^3$ چه شکلی است؟ و چه ارتباطی با نمودار $X = 0$ دارد؟ ب) اگر $\vec{a} = (2, -1, 3)$ و $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$ باشد اندازه بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ را به دست آورید.	۲
۱۶	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید.	۲
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره ۲۴

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه 3	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 135 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/5/28	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
1	بخش الف (الزامی) الف) $m = 1$ (0/25) ب) $\frac{5}{8}$ (0/25) پ) $\frac{1}{2}$ (0/25) ت) نقطه (0/25)	1
2	الف) نادرست (0/25) ب) درست (0/25) پ) درست (0/25) ت) نادرست (0/25)	1
3	$\begin{cases} x-1=y+1 \\ x-2=8 \\ z+1=4 \end{cases} \xrightarrow{(0/5)} \underbrace{x=1}_{(0/25)}, \underbrace{y=8}_{(0/25)}, \underbrace{z=3}_{(0/25)} \Rightarrow x+y+z=21 \quad (0/25)$	1/5
4	$\begin{bmatrix} x & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x-3 & 12 \end{bmatrix}}_{(0/5)} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 3x-21 \end{bmatrix}}_{(0/5)} = 0 \Rightarrow x=7 \quad (0/25)$	1/25
5	$ A = 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 10 = 20 \quad (0/5) \quad , \quad B = -6 \quad (0/5) \rightarrow B^2 = 36 \quad (0/25)$ $ A + B^2 = 56 \quad (0/25)$	1/5
6	$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \quad (0/5)$ $mA + nI = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 4m \\ 2m & m \end{bmatrix}}_{(0/25)} + \underbrace{\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}}_{(0/5)} = \underbrace{\begin{bmatrix} n & 4m \\ 2m & m+n \end{bmatrix}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{n=8}_{(0/25)}, \underbrace{m=1}_{(0/25)}$	2
7	$r = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 12 + 3 + 5 }{\sqrt{16 + 9}} = 4 \quad , \quad (x-3)^2 + (y-1)^2 = 16 \quad (0/5)$	1/25
8	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2 \rightarrow O(1, -2), r = \sqrt{2} \quad (0/5)$ $d = \frac{ 1+2-1 }{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (0/5)$ $r = d \quad \Leftarrow \quad \text{خط بر دایره مماس است.} \quad (0/25)$	1/25
9	$OF = c = 4, \quad OA = a = 8 \xrightarrow{(0/5)} b^2 = a^2 - c^2 = 64 - 16 = 48 \rightarrow \underbrace{b = 4\sqrt{3}}_{(0/25)} \rightarrow 2b = 8\sqrt{3} \quad (0/25)$	1/25
	« ادامه در صفحه دوم »	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه 3	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 135 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/5/28	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
10	مجموع $MF + MF'$ کم ترین مقدار است بنا به خاصیت کوتاه ترین مسیر، زاویه های $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ (0/25) از طرفی: $MF \parallel NF'$ و d مورب، در نتیجه $\hat{N} = \hat{M}_1$ (0/25) نتیجه می شود $\hat{N} = \hat{M}_2$ (0/25) مثلث MNF' متساوی الساقین است. یعنی $MF' = NF'$ (0/25).	1
11	فرم استاندارد سهمی به صورت $(y-3)^2 = -16(x+1)$ است. (0/5) سهمی افقی و دهانه سهمی به سمت چپ باز می شود. (0/25) راس سهمی نقطه $A(-1, 3)$ است. (0/25) $a = 4$ و مختصات کانون آن نقطه $F(-a+h, k) = (-5, 3)$ است. (0/25) معادله خط هادی سهمی به صورت $x = a + h = 3$ است. (0/25)	1/75
12	با توجه به جایگاه رأس و خط هادی، سهمی قائم و دهانه سهمی رو به بالا است (0/5) و $a = 3$ (0/25) فرم استاندارد سهمی به صورت: $(x-h)^2 = 4a(y-k) \Rightarrow (x-4)^2 = 12(y-6)$ (0/5)	1/25
مصحح گرامی، اگر دانش آموزی به بیش از 2 سوال انتخابی پاسخ داده باشد فقط 2 سوال اول را تصحیح نمایید.		
ب) بخش انتخابی		
13	(الف) $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ m & 6 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{(0/25)} 6 + 2m = 0 \xrightarrow{(0/25)} m = -3$ (0/25) (ب) $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 10 \xrightarrow{(0/25)} A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (0/25) $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0/25)} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}}_{(0/25)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow x = 1, y = -1$ (0/25)	2
14	$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4 \rightarrow O'(4, -2), r' = 2$ (0/5) $OO' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (0/25) $r - r' = OO' \xrightarrow{(0/25)} r - 2 = 5 \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} r = 7 & (0/25) \\ r = -3 & (0/25) \end{cases} \rightarrow x^2 + (y-1)^2 = 49$ (0/25) غ ق	2
«ادامه در صفحه سوم»		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه 3		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: 8 صبح		مدت امتحان: 135 دقیقه			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان : 1399/5/28					
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال 1399				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir					
ردیف		راهنمای تصحیح						نمره	
15		2 الف) محور y ها است. (0/5) معادله $x = 0$ معادله صفحه yz که شامل محور y ها است. (0/5) $\vec{a} + 2\vec{b} = (2, -1, 3) + 2(1, 2, 0) = (4, 3, 3) \quad (0/25)$ ب) $\vec{a} + 2\vec{b} = \sqrt{16+9+9} = \sqrt{34} \quad (0/5)$							
16		2 الف) $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25) \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \quad (0/25)$ ب) $\vec{a} \times \vec{b} = (2, -1, 2) \times (1, -1, 0) = (2, 2, -1) \quad (0/5)$							
		" مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "						24	